

ĐỊNH LƯỢNG ĐỘ RỜI VÀ VIỄN TẢI LƯỢNG TỬ VỚI TRẠNG THÁI THÊM VÀ BỚT MỘT PHOTON LÊN HAI MODE KẾT HỢP LẺ

Nguyễn Thị Phương Trinh¹
Trương Minh Đức¹

TÓM TẮT

Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu tính chất đan rời và định lượng độ rời của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ bằng tiêu chuẩn Hillery-Zubairy bậc cao và tiêu chuẩn đồng quy Concurrence. Kết quả định lượng cho thấy, trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ hoàn toàn đan rời khi chúng ta chọn các tham số trạng thái phù hợp theo hai tiêu chuẩn trên. Bằng việc sử dụng trạng thái này làm nguồn tài nguyên đan rời để thực hiện viễn tải lượng tử một trạng thái kết hợp, chúng tôi thấy rằng quá trình viễn tải lượng tử là thành công khi chọn các tham số phù hợp.

Từ khóa: Tiêu chuẩn đan rời Hillery - Zubairy bậc cao, tiêu chuẩn Concurrence, viễn tải lượng tử, độ trung thực trung bình của quá trình viễn tải lượng tử

1. Giới thiệu

Trạng thái kết hợp $|\alpha\rangle$ lần đầu tiên được hai nhà khoa học Glauber [1] và Sudarshan [2] đưa ra vào năm 1963 trong khi khảo sát các tính chất của chùm Laser. Đó là trạng thái tương ứng với thăng giáng lượng tử nhỏ nhất suy ra từ hệ thức bất định Heisenberg. Dựa trên cơ sở đó vào năm 1991, Agarwal và Tara đã đề xuất ý tưởng về trạng thái kết hợp thêm photon [3] đồng thời chứng minh được đây là một trạng thái

phi cổ điển. Trong quá trình nghiên cứu, các nhà khoa học thấy rằng phương pháp quan trọng để tạo ra một trạng thái phi cổ điển mới là việc thêm và bớt photon vào một trạng thái vật lý. Thông qua đó mở ra những ứng dụng mới trong kỹ thuật, công nghệ thông tin lượng tử. Trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ được định nghĩa như sau:

$$|\psi\rangle_{ab} = N_{\alpha\beta} (\hat{a}^\dagger + b) \left(|\alpha\rangle_a |\beta\rangle_b - |\beta\rangle_a |\alpha\rangle_b \right), \quad (1)$$

trong đó \hat{a}^\dagger là toán tử sinh đối với mode a , \hat{b} là toán tử hủy đối với mode b , $N_{\alpha\beta}$ là hệ số chuẩn hóa:

$$N_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{|\alpha|^2 + |\beta|^2 - \exp\left(-|\alpha - \beta|^2\right) \left(\alpha^* \beta + \beta^* \alpha\right) + (1-x) \left(\alpha^* \beta^* + \alpha \beta + 1\right)}}. \quad (2)$$

Việc nghiên cứu các trạng thái hai mode kết hợp đã được một số tác giả [4], [5] quan tâm, đặc biệt các tính chất phi cổ điển của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ đã được tác giả Đỗ Thị Bé Hạnh [6] nghiên

cứu. Tuy nhiên, việc định lượng độ rời và viễn tải lượng tử với trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ vẫn chưa được đề cập đến. Vì vậy, trong bài báo này chúng tôi tiến hành định lượng độ rời và viễn tải lượng tử

¹Trường Đại học Sư phạm – Đại học Huế
Email: tmduc2009@gmail.com

với trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ.

2. Định lượng độ rối của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ

2.1. Định lượng độ rối bằng tiêu chuẩn đan rối Hillery-Zubairy bậc cao

Vào năm 2006, Hillery và Zubairy [7] đã kiểm tra và chỉ ra sự vi phạm phương sai tích các toán tử sinh và hủy photon của các bất đẳng thức mà Hillery và Zubairy đưa ra đan rối trong hệ hai mode được cho bởi:

$$\left\langle \hat{a}^{\dagger m} \hat{a}^m \hat{b}^{\dagger n} \hat{b}^n \right\rangle < \left| \left\langle \hat{a}^m \hat{b}^{\dagger n} \right\rangle \right|^2. \quad (3)$$

Để thuận tiện cho việc định lượng chúng tôi đưa vào tham số đan rối R_H dưới dạng:

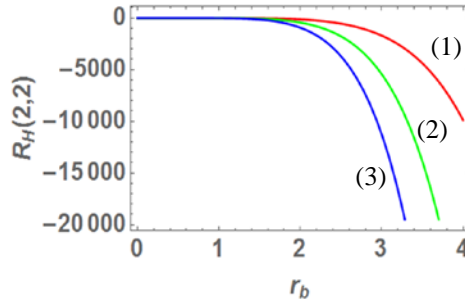
$$R_H = \left\langle \hat{a}^{\dagger m} \hat{a}^m \hat{b}^{\dagger n} \hat{b}^n \right\rangle - \left| \left\langle \hat{a}^m \hat{b}^{\dagger n} \right\rangle \right|^2. \quad (4)$$

Một trạng thái bất kỳ được xem là trạng thái đan rối nếu $R_H < 0$, ngược lại nếu giá trị $R_H \geq 0$ thì điều đó có

nghĩa rằng trạng thái đó không đan rối. Trong trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ thì tham số đan rối được viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} R_H(m, n) = & \left| N_{\alpha\beta} \right|^2 \left\{ \left| \alpha \right|^2 \left| \beta \right|^2 \left[\left| \alpha \right|^{2(m-1)} \left| \beta \right|^{2(n-1)} \left(\left| \alpha \right|^2 + 2m + 1 \right) \right. \right. \\ & + \left. \left| \beta \right|^{2(m-1)} \left| \alpha \right|^{2(n-1)} \left(\left| \beta \right|^2 + 2m + 1 \right) \right] + (m^2 + m\alpha\beta + m\alpha^* \beta^*) \\ & \times \left[\left| \alpha \right|^{2(m-1)} \left| \beta \right|^{2n} + \left| \alpha \right|^{2n} \left| \beta \right|^{2(m-1)} - x(\alpha^{*(m-1)} \beta^{m-1} \beta^{*n} \alpha^n \right. \\ & + \left. \beta^{*(m-1)} \alpha^{m-1} \alpha^{*n} \beta^n) \right] + (\alpha\beta + \alpha^* \beta^*) \left[\left| \alpha \right|^{2m} \left| \beta \right|^{2n} + \left| \alpha \right|^{2n} \left| \beta \right|^{2m} \right. \\ & - \left. x \left| \alpha \right|^2 \left| \beta \right|^2 \left(\alpha^{*m} \beta^m \beta^{*(n-1)} \alpha^{n-1} + \beta^{*m} \alpha^m \alpha^{*(n-1)} \beta^{n-1} \right) \right. \\ & - \left. x(2m + 1) \left| \alpha \right|^2 \left| \beta \right|^2 \left(\alpha^{*(m-1)} \beta^{m-1} \beta^{*(n-1)} \alpha^{n-1} \right. \right. \\ & + \left. \left. \beta^{*(m-1)} \alpha^{m-1} \alpha^{*(n-1)} \beta^{n-1} \right) \right] + \left[\left| \alpha \right|^{2m} \left| \beta \right|^{2(n+1)} + \left| \alpha \right|^{2(n+1)} \left| \beta \right|^{2m} \right. \\ & - \left. x \left(\alpha^{*m} \beta^m \beta^{*(n+1)} \alpha^{n+1} + \beta^{*m} \alpha^m \alpha^{*(n+1)} \beta^{n+1} \right) \right. \\ & - \left. \left| N_{\alpha\beta} \right|^4 \left\{ \left(\alpha\beta + \alpha^* \beta^* + m + 1 \right) \left[\alpha^m \beta^{*n} + \alpha^{*n} \beta^m \right. \right. \right. \\ & - \left. \left(\alpha^m \alpha^{*n} + \beta^m \beta^{*n} \right) x \right] + \left(\left| \alpha \right|^2 + \left| \beta \right|^2 \right) \left(\alpha^m \beta^{*n} + \alpha^{*n} \beta^m \right) \right. \\ & - \left. \left(\alpha\beta + \alpha^* \beta^* + m \right) \left(\alpha^m \alpha^{*n} + \beta^m \beta^{*n} \right) x \right. \\ & \left. + m \left(\alpha^{m-1} \beta^{*(n+1)} + \alpha^{*(n+1)} \beta^{(m-1)} \right) \right\} \times \left\{ \left(\alpha\beta + \alpha^* \beta^* + m + 1 \right) \right. \end{aligned}$$

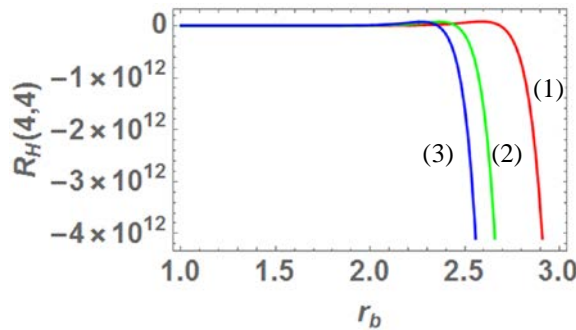
$$\begin{aligned} & \times \left[\alpha^m \beta^{*n} + \alpha^{*n} \beta^m - (\alpha^m \alpha^{*n} + \beta^m \beta^{*n}) x \right] + \left(|\alpha|^2 + |\beta|^2 \right) \\ & \times (\alpha^m \beta^{*n} + \alpha^{*n} \beta^m) - (\alpha \beta + \alpha^* \beta^* + m) (\alpha^m \alpha^{*n} + \beta^m \beta^{*n}) x \\ & + m (\alpha^{m+1} \beta^{*(n-1)} + \alpha^{*(n-1)} \beta^{(m+1)}) \}. \end{aligned} \tag{5}$$



Hình 1: Đồ thị khảo sát sự phụ thuộc của tham số $R_H(2,2)$ vào biên độ kết hợp r_b trong các trường hợp $r_a = r_b$ (đường (1)), $r_a = 1,5r_b$ (đường (2)) và $r_a = 2r_b$ (đường (3))

Để thuận tiện cho việc khảo sát quá trình đan rối, chúng tôi chọn các thông số $\alpha = r_a \exp(i\varphi_a)$, $\beta = r_b \exp(i\varphi_b)$ và khảo sát biểu thức (5) theo biên độ r_b và pha dao động φ_b với điều kiện

khảo sát là $0 \leq r_b \leq 4$, $\varphi_a = 2\varphi_b$ và $\varphi_b = \pi / 4$. Kết quả khảo sát tính đan rối của trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp được cho bởi các đồ thị ở hình 2.



Hình 2: Đồ thị khảo sát sự phụ thuộc của tham số $R_H(4,4)$ vào biên độ kết hợp r_b trong các trường hợp $r_a = r_b$ (đường (1)), $r_a = 1.2r_b$ (đường (2)) và $r_a = 1.3r_b$ (đường (3))

Từ các đồ thị trên, ta thấy giá trị của tham số R_H luôn luôn âm, tức là trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ hoàn toàn đan rối theo tiêu chuẩn Hillery và Zubairy bậc

cao. Đặc biệt mức độ đan rối ngày càng mạnh khi r_a, r_b tăng.

2.2. Định lượng độ rối bằng tiêu chuẩn đồng quy Concurrence

Để định lượng độ rối của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ ta còn có thể định lượng bằng tiêu chuẩn đồng quy Concurrence [8], [9]. Cho trạng thái hai mode a và b :

$$|\psi\rangle_{ab} = N(\mu|\eta\rangle_a|\gamma\rangle_b + \gamma|\xi\rangle_a|\delta\rangle_b), \quad (6)$$

trong đó N là hệ số chuẩn hóa; μ, γ là số phức; $|\eta\rangle_a, |\xi\rangle_a$ và $|\gamma\rangle_b, |\delta\rangle_b$ là các trạng thái đã được chuẩn hóa của hai mode a và b . Độ đồng quy được định nghĩa như sau:

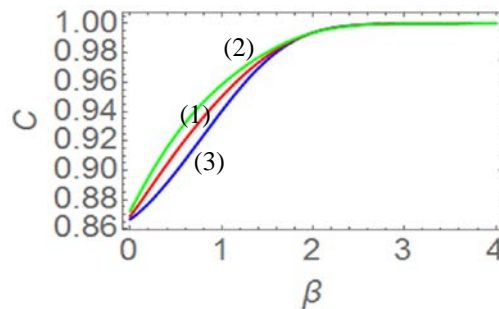
$$C = \frac{2|\mu||v|\sqrt{(1-|P_1|^2)(1-|P_2|^2)}}{|\mu|^2 + |v|^2 + \text{Re}(\mu^*vP_1P_2^*)}, \quad (7)$$

trong đó $P_1 = {}_a\langle\eta|\xi\rangle_a, P_2 = {}_b\langle\alpha|\beta\rangle_b$. Trạng thái $|\psi\rangle_{ab}$ được xem là đan rối nếu $C > 0$ và cực đại đan rối nếu $C = 1$. Ngoài ra độ đồng quy C được xác định bằng biểu thức sau:

$$C = \frac{\sqrt{\left[1 - \frac{x}{N'^2}(1 + 4\alpha\beta)^2\right](1-x)}}{1 - \frac{x}{N'}[1 + 4\alpha\beta]}, \quad (8)$$

với $N' = 1 + |\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2\text{Re}(\alpha\beta)$.

Kết quả khảo sát tính đan rối của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ bằng tiêu chuẩn Concurrence được thể hiện qua đồ thị ở hình 3.



Hình 3: Đồ thị định lượng độ rối của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ bằng tiêu chuẩn Concurrence ($\alpha = 0.1$ ứng với đường (3), $\alpha = 0.2$ ứng với đường (1), $\alpha = 0.3$ ứng với đường (2))

Nhìn vào đồ thị ở hình 3, ta thấy ta thấy độ đồng quy C có giá trị từ 0 đến 1. Vì vậy trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ là trạng thái đan rối thỏa mãn tiêu chuẩn Concurrence.

3. Quá trình viễn tải lượng tử với trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{ab} = N_{\alpha,\beta} \exp\left[-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2}\right] \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m}{\sqrt{n! m!}} \\ \times [\sqrt{(n+1)} |n+1, m\rangle_{ab} - \sqrt{m+1} |m+1, n\rangle_{ab} \\ + \sqrt{m} |n, m-1\rangle_{ab} - \sqrt{n} |m, n-1\rangle_{ab}]. \end{aligned} \quad (9)$$

Đây là một trạng thái rối hai mode, do đó trạng thái này được sử dụng làm nguồn đan rối để viễn tải lượng tử một trạng thái kết hợp.

Theo mô hình viễn tải của Agarwal và Gábris, bên gửi thông tin là Alice và bên nhận thông tin là Bob. Trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ có hai mode a và b , trong đó

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{abc} = N_{\alpha,\beta} \exp\left[-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2}\right] \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m}{\sqrt{n! m!}} \\ \times [\sqrt{(n+1)(n+2)} |n+2, m\rangle_{ab} |\gamma\rangle_c + \sqrt{m} |n, m-1\rangle_{ab} |\gamma\rangle_c]. \end{aligned} \quad (10)$$

Tiếp theo, Alice dùng phép đo Bell tổ hợp trên hai mode a và c để đo thông tin về mức độ đan rối giữa $|\gamma\rangle_c$ và $|\psi\rangle_{ab}$ dựa trên hai mode a và c . Phép

3.1. Khảo sát quá trình viễn tải lượng tử với trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ

Trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ được biểu diễn theo trạng thái Fock có dạng:

mode a được đưa tới Alice và mode b được đưa tới Bob, trạng thái được viễn tải là trạng thái kết hợp $|\gamma\rangle_c$ tương ứng với mode c được đưa vào Alice. Tại nơi gửi thông tin, đầu tiên Alice sẽ thực hiện việc tổ hợp trạng thái $|\gamma\rangle_c$ và $|\psi\rangle_{ab}$ trở thành một trạng thái ba mode có dạng:

đo này hình thành nên một trạng thái rối phức hợp, chính là trạng thái Bell. Trạng thái Bell được biểu diễn qua trạng thái Fock như sau:

$$|B(X, P)\rangle_{ca} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} \hat{D}_c(2A) |k, k\rangle_{ac}. \quad (11)$$

Khi phép đo tổ hợp hoàn thành, trạng thái này sụp đổ. Do Bob và Alice cùng chia sẻ trạng thái rối nên Bob có trạng thái sau:

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle_B &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_{\alpha,\beta} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2}\right) \\
 &\times \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m}{\sqrt{n! m!}} \exp(A^* \gamma - A \gamma^*) \exp\left(-\frac{1}{2} |\gamma - 2A|^2\right) \quad (12) \\
 &\times \left[\frac{1}{\sqrt{n!}} (\gamma - 2A)^{n+1} |m\rangle_b - \frac{1}{\sqrt{m!}} (\gamma - 2A)^{m+1} |n\rangle_b \right. \\
 &\left. + \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n!}} (\gamma - 2A)^n |m-1\rangle_b - \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m!}} (\gamma - 2A)^m |n-1\rangle_b \right].
 \end{aligned}$$

Bây giờ, bên Bob tồn tại trạng thái ứng với mode b chứa các thông tin về mode c . Bob sẽ thực hiện phép dịch chuyển $\hat{D}(g2A)$ để xây dựng lại trạng thái được viễn tải ban đầu $|\gamma\rangle_c$, với g là

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle_{out} &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_{\alpha,\beta} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2}\right) \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m}{\sqrt{n! m!}} \\
 &\times \exp(A^* \gamma - A \gamma^*) \exp\left(-\frac{1}{2} |\gamma - 2A|^2\right) \quad (13) \\
 &\times \left[\frac{1}{\sqrt{n!}} (\gamma - 2A)^{n+1} \hat{D}(g2A) |m\rangle_b - \frac{1}{\sqrt{m!}} (\gamma - 2A)^{m+1} \hat{D}(g2A) |n\rangle_b \right. \\
 &\left. + \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n!}} (\gamma - 2A)^n \hat{D}(g2A) |m-1\rangle_b - \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m!}} (\gamma - 2A)^m \hat{D}(g2A) |n-1\rangle_b \right]
 \end{aligned}$$

Đến thời điểm này, quá trình viễn tải đã hoàn thành và để đánh giá mức độ thành công của quá trình viễn tải chúng ta phải dựa vào độ trung thực trung bình F_{av} .

3.2. Độ trung bình F_{av}

Độ trung thực trung bình F_{av} được dùng để xác định sự thành công của quá

hệ số điều khiển mà Bob dùng để hoàn thiện độ trung thực của quá trình viễn tải. Trạng thái cuối cùng thu được trong quá trình viễn tải sẽ là:

trình viễn tải. Với $F_{av} = 0.5$ là giới hạn của viễn tải cổ điển. Quá trình viễn tải là thành công nếu $0.5 \leq F_{av} \leq 1$. Một quá trình viễn tải được đánh giá là hoàn hảo nếu đạt được $F_{av} = 1$. Độ trung thực trung bình trong quá trình viễn tải được xác định như sau:

$$F_{av} = \int \left| \left\langle \psi \middle| \psi \right\rangle_{out} \right|^2 d^2 A. \tag{14}$$

Để xác định F_{av} ta tính:

$$\begin{aligned} \left\langle \psi \middle| \psi \right\rangle_{out} &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_{\alpha,\beta} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2}\right) \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m}{\sqrt{n!m!}} \\ &\times \exp(A^* \gamma - A \gamma^*) \exp\left(-\frac{1}{2} |\gamma - 2A|^2\right) \\ &\times \left[\frac{1}{\sqrt{n!}} (\gamma - 2A)^{n+1} \langle \gamma | \hat{D}(g2A) | m \rangle_b \right. \\ &- \frac{1}{\sqrt{m!}} (\gamma - 2A)^{m+1} \langle \gamma | \hat{D}(g2A) | n \rangle_b \\ &+ \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n!}} (\gamma - 2A)^n \langle \gamma | \hat{D}(g2A) | m - 1 \rangle_b \\ &\left. - \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{m!}} (\gamma - 2A)^m \langle \gamma | \hat{D}(g2A) | n - 1 \rangle_b \right]. \end{aligned} \tag{15}$$

Thay (15) vào (14) ta thu được độ trung thực trung bình như sau:

$$\begin{aligned} F_{av} &= \int \left| \left\langle \psi \middle| \psi \right\rangle_{out} \right|^2 d^2 A = \frac{4}{\pi} |N_{\alpha,\beta}|^2 \exp\left(-|\alpha|^2 - |\beta|^2\right) \\ &\times \exp\left(-|\gamma - 2A|^2 - |\gamma - g2A|^2\right) \sum_{n,m,l,p=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m \alpha^{*l} \beta^{*p}}{n!m!l!p!} \\ &\times \left\{ (\gamma - 2A)^{n+1} (\gamma^* - g2A^*)^m (\gamma^* - 2A^*)^{l+1} (\gamma - g2A)^p \right. \\ &+ p (\gamma - 2A)^{n+1} (\gamma^* - g2A^*)^m (\gamma^* - 2A^*)^l (\gamma - g2A)^{p-1} \\ &- (\gamma - 2A)^{n+1} (\gamma^* - g2A^*)^m (\gamma^* - 2A^*)^{p+1} (\gamma - g2A)^l \\ &- l (\gamma - 2A)^{n+1} (\gamma^* - g2A^*)^m (\gamma^* - 2A^*)^p (\gamma - g2A)^{l-1} \\ &+ m (\gamma - 2A)^n (\gamma^* - g2A^*)^{m-1} (\gamma^* - 2A^*)^{l+1} (\gamma - g2A)^p \\ &+ mp (\gamma - 2A)^n (\gamma^* - g2A^*)^{m-1} (\gamma^* - 2A^*)^l (\gamma - g2A)^{p-1} \\ &\left. - m (\gamma - 2A)^n (\gamma^* - g2A^*)^{m-1} (\gamma^* - 2A^*)^{p+1} (\gamma - g2A)^l \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -ml(\gamma - 2A)^n (\gamma^* - g2A^*)^{m-1} (\gamma^* - 2A^*)^p (\gamma - g2A)^{l-1} \\
 & -(\gamma - 2A)^{m+1} (\gamma^* - g2A^*)^m (\gamma^* - 2A^*)^{l+1} (\gamma - g2A)^p \\
 & -p(\gamma - 2A)^{m+1} (\gamma^* - g2A^*)^n (\gamma^* - 2A^*)^l (\gamma - g2A)^{p-1} \\
 & +(\gamma - 2A)^{m+1} (\gamma^* - g2A^*)^n (\gamma^* - 2A^*)^{p+1} (\gamma - g2A)^l \\
 & +l(\gamma - 2A)^{m+1} (\gamma^* - g2A^*)^n (\gamma^* - 2A^*)^p (\gamma - g2A)^{l-1} \\
 & -n(\gamma - 2A)^m (\gamma^* - g2A^*)^{n-1} (\gamma^* - 2A^*)^{l+1} (\gamma - g2A)^p \\
 & -np(\gamma - 2A)^m (\gamma^* - g2A^*)^{n-1} (\gamma^* - 2A^*)^l (\gamma - g2A)^{p-1} \\
 & +n(\gamma - 2A)^m (\gamma^* - g2A^*)^{n-1} (\gamma^* - 2A^*)^{p+1} (\gamma - g2A)^l \\
 & +nl(\gamma - 2A)^m (\gamma^* - g2A^*)^{n-1} (\gamma^* - 2A^*)^p (\gamma - g2A)^{l-1} \} d^2 A.
 \end{aligned} \tag{16}$$

Biểu thức (16) cho biết độ trung thực trung bình dưới dạng tổng quát, với g là hệ số điều khiển Bob dùng để hoàn thiện độ trung thực của quá trình viễn tải, nên ta có thể chọn g để điều

khiển độ trung thực trung bình. Chọn trường hợp $g = 0$ và thực hiện các bước biến đổi, ta thu được biểu thức độ trung thực trung bình có dạng:

$$\begin{aligned}
 F_{av} &= \frac{|N_{\alpha,\beta}|^2}{\pi} \exp\left(-|\alpha|^2 - |\beta|^2\right) \exp\left(-|\gamma|^2\right) \\
 &\times \sum_{n,m,l,p=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m \alpha^{*l} \beta^{*p}}{n! m! l! p!} \int \exp\left(-|\gamma - 2A|^2\right) \left\{ (\gamma - 2A)^{n+1} \gamma^{*m} (\gamma^* - 2A^*)^{l+1} \gamma^p \right. \\
 &+ p(\gamma - 2A)^{n+1} \gamma^{*m} (\gamma^* - 2A^*)^l \gamma^{p-1} - (\gamma - 2A)^{n+1} \gamma^{*m} (\gamma^* - 2A^*)^{p+1} \gamma^l \\
 &- l(\gamma - 2A)^{n+1} \gamma^{*m} (\gamma^* - 2A^*)^p \gamma^{l-1} + m(\gamma - 2A)^n \gamma^{*(m-1)} (\gamma^* - 2A^*)^{l+1} \gamma^p \\
 &+ mp(\gamma - 2A)^n \gamma^{*(m-1)} (\gamma^* - 2A^*)^l \gamma^{p-1} - m(\gamma - 2A)^n \gamma^{*(m-1)} (\gamma^* - 2A^*)^{p+1} \gamma^l \\
 &- ml(\gamma - 2A)^n \gamma^{*(m-1)} (\gamma^* - 2A^*)^p \gamma^{l-1} - (\gamma - 2A)^{m+1} \gamma^{*m} (\gamma^* - 2A^*)^{l+1} \gamma^p \\
 &- p(\gamma - 2A)^{m+1} \gamma^{*n} (\gamma^* - 2A^*)^l \gamma^{p-1} + (\gamma - 2A)^{m+1} \gamma^{*n} (\gamma^* - 2A^*)^{p+1} \gamma^l \\
 &+ l(\gamma - 2A)^{m+1} \gamma^{*n} (\gamma^* - 2A^*)^p \gamma^{l-1} - n(\gamma - 2A)^m \gamma^{*(n-1)} (\gamma^* - 2A^*)^{l+1} \gamma^p \\
 &- np(\gamma - 2A)^m \gamma^{*(n-1)} (\gamma^* - 2A^*)^l \gamma^{p-1} + n(\gamma - 2A)^m \gamma^{*(n-1)} (\gamma^* - 2A^*)^{p+1} \gamma^l \\
 &\left. + nl(\gamma - 2A)^m \gamma^{*(n-1)} (\gamma^* - 2A^*)^p \gamma^{l-1} \right\} d^2 (\gamma - 2A).
 \end{aligned} \tag{17}$$

Thực hiện các phép biến đổi ta thu được:

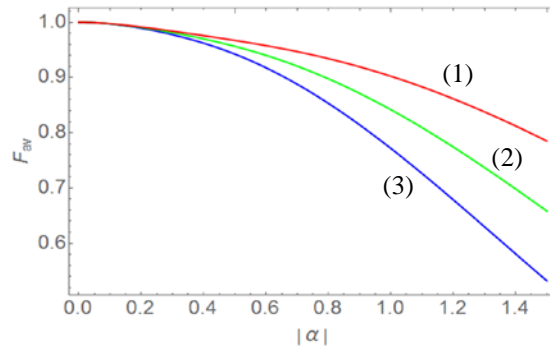
$$\begin{aligned}
 F_{av} &= |N_{\alpha,\beta}|^2 \exp\left(-|\alpha|^2 - |\beta|^2\right) \exp\left(-|\gamma|^2\right) \\
 &\times \left\{ \sum_{n,m,p=0}^{\infty} \left[\frac{|\alpha|^{2n} \beta^m \beta^{*p} \gamma^{*m} \gamma^p}{n! m! p!} (n+1) + \frac{|\alpha|^{2n} \beta^m \beta^{*p} \gamma^{*n} \gamma^{p-1}}{n! m! p!} p \alpha^* \right] \right. \\
 &- \sum_{n,m,l=0}^{\infty} \left[\frac{\alpha^n \beta^m \alpha^{*1} \beta^{*n} \gamma^{*m} \gamma^l}{n! m! l!} (n+1) + \frac{\alpha^n \beta^m \alpha^{*l} \beta^{*(n+1)} \gamma^{*n} \gamma^{l-1}}{n! m! l!} l \right] \\
 &+ \sum_{m,l,p=0}^{\infty} \left[\frac{|\alpha|^{2l} \beta^m \beta^{*p} \gamma^{*m-1} (\gamma)^p}{m! l! p!} m \alpha + \frac{|\alpha|^{2l} \beta^m \beta^{*p} \gamma^{*m-1} (\gamma)^{p-1}}{m! l! p!} m p \right] \\
 &- \sum_{m,l,p=0}^{\infty} \left[\frac{\alpha^{p+l} \beta^m \alpha^{*1} \beta^{*p} \gamma^{*m-1} (\gamma)^l}{m! l! p!} m + \frac{\alpha^p \beta^m \alpha^{*1} \beta^{*p} \gamma^{*(m-1)} (\gamma)^{l-1}}{m! l! p!} m l \right] \\
 &- \sum_{n,m,p=0}^{\infty} \left[\frac{\alpha^n \beta^m \alpha^{*m} \beta^{*p} \gamma^{*n} (\gamma)^p}{n! m! p!} (m+1) + \frac{\alpha^n \beta^m \alpha^{*(m+1)} \beta^{*p} \gamma^{*n} (\gamma)^{p-1}}{n! m! p!} p \right] \\
 &+ \sum_{n,m,l=0}^{\infty} \left[\frac{\alpha^n |\beta|^{2m} \alpha^{*l} \gamma^{*n} (\gamma)^l}{n! m! l!} (m+1) + \frac{\alpha^n |\beta|^{2m} \alpha^{*l} \gamma^{*n} (\gamma)^{l-1}}{n! m! l!} \beta^{*l} \right] \\
 &- \sum_{n,l,p=0}^{\infty} \left[\frac{\alpha^n \beta^{l+1} \alpha^{*l} \beta^{*p} \gamma^{*n-1} (\gamma)^p}{n! l! p!} n + \frac{\alpha^n \beta^l \alpha^{*l} \beta^{*p} \gamma^{*n-1} (\gamma)^{p-1}}{n! l! p!} n p \right] \\
 &+ \sum_{n,l,p=0}^{\infty} \left[\frac{\alpha^n |\beta|^{2p} \alpha^{*l} \gamma^{*n-1} (\gamma)^l}{n! l! p!} n \beta + \frac{\alpha^n |\beta|^{2p} \alpha^{*l} \gamma^{*n-1} (\gamma)^l}{n! l! p!} n l \right] \left. \right\}. \tag{18}
 \end{aligned}$$

Để thuận lợi cho việc khảo sát, chúng ta sẽ khảo sát $|\beta|$ và $|\gamma|$ theo $|\alpha|$ với $|\beta| = |\gamma| = k|\alpha|$, từ đó độ trung thực trung bình được viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned}
 F_{av} = & \frac{\exp(-|\alpha|^2 - 2k^2|\alpha|^2)}{2[|\alpha|^2 + k^2|\alpha|^2 - 2k|\alpha|^2 \exp(-|\alpha - k\alpha|^2) + (k\alpha^{*2} + k\alpha^2 + 1)(1 - \exp(-|\alpha - k\alpha|^2))]} \\
 \times & \left\{ \sum_{n,m,p=0}^{\infty} \left[\frac{|\alpha|^{2n} (k|\alpha|)^{2m+2p}}{n!m!p!} (n+1) + \frac{|\alpha|^{2n} (k|\alpha|)^{2m+2p-1}}{n!m!p!} p\alpha^* \right] \right. \\
 & - \sum_{n,m,l=0}^{\infty} \left[\frac{|\alpha|^{n+l} (k|\alpha|)^{2m+n+l}}{n!m!l!} (n+1) + \frac{|\alpha|^{n+l} (k|\alpha|)^{2m+n+l}}{n!m!l!} l \right] \\
 & + \sum_{m,l,p=0}^{\infty} \left[\frac{|\alpha|^{2l} (k|\alpha|)^{2m+2p-1}}{m!l!p!} m\alpha + \frac{|\alpha|^{2l} (k|\alpha|)^{2m+2p-1}}{m!l!p!} mp \right] \\
 & - \sum_{m,l,p=0}^{\infty} \left[\frac{|\alpha|^{p+l+1} (k|\alpha|)^{2m+p+l-1}}{m!l!p!} m + \frac{|\alpha|^{p+l+1} (k|\alpha|)^{2m+p+l-2}}{m!l!p!} ml \right] \\
 & - \sum_{n,m,p=0}^{\infty} \left[\frac{|\alpha|^{m+n} (k|\alpha|)^{m+n+2p}}{n!m!p!} (m+1) + \frac{|\alpha|^{m+n+1} (k|\alpha|)^{m+n+2p-1}}{n!m!p!} p \right] \\
 & + \sum_{n,m,l=0}^{\infty} \left[\frac{|\alpha|^{n+l} (k|\alpha|)^{2m+n+l}}{n!m!l!} (m+1) + \frac{|\alpha|^{n+l} (k|\alpha|)^{2m+n+l-1}}{n!m!l!} k\alpha^* l \right] \\
 & - \sum_{n,l,p=0}^{\infty} \left[\frac{|\alpha|^{n+l} (k|\alpha|)^{n+l+2p}}{n!l!p!} n + \frac{|\alpha|^{n+l} (k|\alpha|)^{n+l+2p-2}}{n!l!p!} np \right] \\
 & \left. + \sum_{n,l,p=0}^{\infty} \left[\frac{|\alpha|^{n+l} (k|\alpha|)^{n+l+2p-1}}{n!l!p!} nk\alpha + \frac{|\alpha|^{n+l} (k|\alpha|)^{n+l+2p-1}}{n!l!p!} nl \right] \right\}. \tag{19}
 \end{aligned}$$

Chúng tôi khảo sát sự phụ thuộc của F_{av} vào biên độ kết hợp $|\alpha|$ theo biểu thức (19) để đánh giá về quá trình viễn tải lượng tử với nguồn rối là trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ. Kết quả khảo sát được

thể hiện trên hình 4. Từ đồ thị ở hình 4 cho ta thấy rằng nếu các giá trị của k đưa vào phù hợp thì F_{av} nằm trong khoảng $0.5 \leq F_{av} \leq 1$ tức là quá trình viễn tải thành công.



Hình 4: Sự phụ thuộc của độ trung thực trung bình F_{av} vào biên độ kết hợp $|\alpha|$ với các giá trị $k = 4$ ứng với đường (3); $k = 4.5$ ứng với đường (1); $k = 5$ ứng với đường (2)

4. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi sử dụng tiêu chuẩn đan rối Hillery-Zubairy bậc cao và tiêu chuẩn đồng quy Concurrence để khảo sát tính đan rối của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ và sử dụng trạng thái này làm nguồn rối để thực hiện viễn tải lượng tử một trạng thái kết hợp. Các kết quả chính thu được như sau:

Thứ nhất, trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ là một trạng thái đan rối theo tiêu chuẩn Hillery-Zubairy bậc cao và tiêu chuẩn đồng quy Concurrence. Khi xác định các tham số trạng thái phù hợp thì trạng thái này là một trạng thái đan rối hoàn toàn và có thể sử dụng chúng như là một nguồn tài nguyên đan rối để viễn tải lượng tử.

Thứ hai, chúng tôi đã thực hiện quá trình viễn tải lượng tử một trạng thái kết

hợp với nguồn rối là trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ và đánh giá sự thành công của quá trình viễn tải thông qua độ trung thực trung bình của quá trình viễn tải. Kết quả cho thấy quá trình viễn tải là thành công với độ trung thực trung bình của quá trình viễn tải nằm trong khoảng $0.5 \leq F_{av} \leq 1$ tương ứng trạng thái có biên độ bé. Tuy nhiên, độ trung thực của quá trình viễn tải là chưa ổn định và phụ thuộc vào các tham số đưa vào, độ trung thực trung bình tiến gần đến 1 khi chọn các giá trị tham số $|\beta| = |\gamma| = k|\alpha|$. Trong khuôn khổ bài báo này, chúng tôi chỉ dừng lại ở việc khảo sát tính đan rối và viễn tải lượng tử với trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ. Chúng tôi sẽ tiếp tục mở rộng nghiên cứu họ các trạng thái thêm và bớt photon phi cổ điển hai mode khác trong thời gian tới.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Glauber. R. J. (1963), *Phys. Rev. Lett*, 131, 2766
2. Sudarshan E. C. G. (1963), *Phys. Rev. Lett*, 10, 277
3. Agarwal. G. S. and Tara. K. (1991), *Phys. Rev. A*, 43, 492

4. Nguyễn Văn Phong (2016), “Nghiên cứu tính đan rối và viễn tải lượng tử với trạng thái hai mode kết hợp SU(2) lẻ”, Luận văn Thạc sĩ Vật lý, trường Đại học Sư phạm Huế

5. Nguyễn Thị Phương Ni (2017), “Định lượng độ rối và viễn tải lượng tử với trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(2) chẵn”, Luận văn Thạc sĩ Vật lý, trường Đại học Sư phạm Huế

6. Đỗ Thị Bé Hạnh (2017), “Nghiên cứu các tính chất phi cổ điển của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ”, Luận văn Thạc sĩ Vật lý, trường Đại học Sư phạm Huế

7. Hillery M. and Zubairy M. S. (2006), *Phys. Rev. A*, 74(3), 032333

8. Wootters W. K. (1998), *Phys. Rev. Lett*, 80, 2245

9. Võ Tình (2012), *Bài giảng Quang học lượng tử*, trường Đại học Sư phạm Huế

INVESTIGATING ENTANGLEMENT AND QUANTUM TELEPORTATION WITH SINGLE-PHOTON ADDED AND SUBTRACTED TWO-MODE ODD COHERENT STATES

ABSTRACT

In this paper, we investigate entanglement property of single-photon-added and single-photon-subtracted two-mode odd coherent states. The obtained results show that this state is entangled satisfying higher-order Hillery-Zubairy entangled and Concurrence conditions. This state is used as an entangled resource for quantum teleportation of a coherent state. From the results of the average fidelity, it is shown that teleportation process is successful when the fidelity reaches the value of $0.5 < F_{av} < 1$.

Keywords: *Hillery-Zubairy criterion, Concurrence condition, quantum teleportation, the average fidelity of teleportation process*

(Received: 11/6/2018, Revised: 9/7/2018, Accepted for publication: 13/7/2018)